한국측량학회지, 제 20권 제 3호, pp. 1～10(2002년 9월 30일)

Fuzzy-LP와 GIS의 결합을 통한 토지의 최적 이용문제

Optimized Land Use by Integrated Use of Fuzzy-LP and GIS

전철민*

Jun, Chulmin

要　　旨

GIS는 다양한 영역에서 유용한 도구로서 자리잡고 있으나, 한편으로는, 복잡한 문제를 해결하기 위해서는 GIS가 수학, 공학적인 모델링툴과 결합되는 것이 필요하다는 견해와 연구결과가 등장하고 있다. LP(Linear Programming)는 주어진 자원을 최적으로 배분하는 문제에 사용되는 수학적인 기법이다. LP는 공간적인 표현을 포함하지 않기 때문에 GIS의 기능들과 결합될 때 그 유용성이 높아질 수 있다. 그러나 전통적인 LP는 명료하게 조건이 주어질 경우에만 적합한 방법이므로, 토지이용계획과 같이 결정요소가 명확한 값으로 주어질 수 없는 경우에는 현실적으로 적용하기 어려워진다. 이 연구에서는, 이와 같이 불명료한(fuzzy) 상황을 다루기 위해 Fuzzy logic을 사용한 fuzzy-LP를 개발하고, 이를 GIS와 통합하는 방법론을 제시한다. 통합시스템에서 GIS는 Fuzzy-LP과정으로 데이터를 공급하거나 Fuzzy-LP의 결과값을 표현하는데 이용된다. 이 시스템을 토지이용배분문제에 적용하는 경우를 예시하였다.

ABSTRACT

Although the influence of GIS has been proved in a variety of applications, there also have been some research issues about that the coupling of GIS with other mathematical or engineering tools is necessary to meet various needs of specialized problem domains. Linear Programming, a mathematical technique used in optimal distribution of given quantity, can enhance its usability by integrating with GIS since LP basically does not include means to deal with spatial data. The limitation of the traditional LP technique is that it requires explicitly defined conditions, which is impractical or impossible in such decision making processes as in land use problems that use less crisp decision factors. This study develops a method to incorporate such fuzzy situations by integrating Fuzzy-LP that employs fuzzy logic and GIS. The GIS provides data to or displays data from the Fuzzy-LP processes in the integrated system. This methodology is illustrated to solve a land use distribution problem.

1. 서　　론

선형계획법(Linear Programming, 이하 LP)은 주로 충분하지 못한 자원을 적절히 배분하는 문제에 사용되어 왔다. LP의 목표는 주어진 제한 조건들을 만족하면서 목적함수(objective function)를 최적화(최대화 또는 최소화)하는데 있다. 이 때 목적함수 및 제약조건들이 선형 방정식으로 표현되어야 한다. 전형적인 LP는 다음 식과 같이 구성된다[2].

$$
\begin{array}{lll}
\max & z = cx & (\text{목적함수}) \\
\text{subject to} & Ax \le b & (\text{제약조건}) \\
 & x \ge 0 & (\text{결정변수들}) \qquad (1\text{-}1)
\end{array}
$$

*서울시립대학교 지적정보학과 조교수

단, x는 결정변수 벡터(n×1), c는 결정변수의 계수들의 벡터(1×n), b는 총 가용 자원들의 상수벡터(m×1) 그리고 A는 제약조건 계수행렬(m×n)을 의미한다.

LP문제에서는 우선 결정변수(x)에 대한 정의를 하고 입력 데이터(c, b, A)를 정하게 된다. 예를 들어, 어떤 장난감 공장에서 A, B 두 가지 종류의 인형을 만드는데, 개당 이윤이 40원과 30원이라고 하고 이윤을 극대화 하는 것이 목표라고 할 때, 각 인형의 하루 생산 개수가 결정변수가 된다. 제약조건은 다음과 같이 주어질 수 있다: A인형은 만드는데 2시간, B인형은 1시간이 소요되고 하루 총 노동 가용시간은 500시간이다. 또한 하루에 공급될 수 있는 인형원료는 A, B 인형 합해서 총 400개 분이다. 이 때 LP는 다음과 같은 식으로 작성될 수 있다.

$$
\begin{array}{lll}
\text{maximize} & z = 40x_1 + 30x_2 & (\text{이윤 }) \\
\text{subject to} & 2x_1 + x_2 \le 500 & (\text{노동시간}) \\
 & x_1 + x_2 \le 400 & (\text{원료}) \\
 & x_1,\ \ x_2 \ge 0 &
\end{array} \qquad (1\text{-}2)
$$

그러나 실제 상황에서는 의사결정자(Decision Maker, 이하 DM)가 이렇게 조건들을 명료하게 줄 수 있을 만큼 충분한 데이터를 가지고 있지 못할 때가 많다. 즉, 위의 예에서 관련 데이타들이 불충분할 때, 입력 데이터를 "Fuzzy"하게, 또는 불명료하게 줄 수 밖에 없게 된다. 가용 노동시간이나 원료를 "약 500시간" 또는 "400개 보다는 꽤 적게" 등으로 주고, 또한 현재 수익을 "약 30% 향상" 등으로 밖에 부여할 수 없다는 것을 의미한다.

LP가 Fuzzy한 상황에서 이루어진다면, 위와 같이 불명료한 상황을 고려할 수 있는 방법이 매우 다양하게 존재하게 된다. DM은 문제해결과정에서 그렇게 Fuzzy한 숫자들을 선별하게 되며, 최종적으로 만족스런 결과를 얻을 때까지 이러한 과정을 진행하게 된다.

Zeleny는 생산성 향상에 관해 언급하면서, 문제는 "주어진 시스템을 어떻게 최적화 하는냐"에서 "최적시스템을 어떻게 구성하느냐"로 바뀌져야 한다고 했다[8]. 즉, 다양하게 존재하는 불명료한 상황을 적용하면서 문제를 정의하고 해결해나가는 과정에 있어서 DM과 상호관계를 한다는 것을 의미한다. 여기에서 상호작용(interaction)이란 시스템에 대해 알아가는 과정(learning process)을 수반하게 되는데, 곧, DM은 더 나은 해 및 결정요소들의 상대적인 중요성들을 인식해 나가게 되고, 이로 인해 "시스템을 최적화"하기 보다는 "높은 생산성을 가진 시스템의 설계"가 가능해 진다는 것이다.

본 연구에서는 Fuzzy-LP의 모델링을 위한 관련 연구를 통해 입력데이타를 Fuzzy화(fuzzifying)하는 다양한 방법들을 다루었다. 이러한 방법들을 종합해서, C언어를 이용한 하나의 컴퓨터 프로그램으로 구현하였으며, 프로그램 내부에서는 IF-THEN rule에 의해서 선별적으로 진행될 수 있도록 하였다. 이 프로그램에서 DM은, 다양한 모델들을 시행착오(trial and error)에 의해 선별하게 되고, 진행과정에서 입력데이타를 변화시켜 가면서 문제를 배워나가고 정의해 가는 것이 가능하도록 하였다. 또한 Fuzzy-LP 프로그램을 GIS와 통합하는 방법론을 제시하였다. 통합시스템에서 GIS는 Fuzzy-LP과정으로 데이터를 공급하거나 Fuzzy-LP의 결과값을 표현하는데 이용된다. 이 시스템을 가상적인 상황에서 토지의 최적 배분문제에 적용하는 경우를 예시하였다.

2. Fuzzy-LP의 이론적 배경

퍼지이론(Fuzzy Theory)은 인간의 주관적인 인식이나 불명료한 상황을 다루는 이론이며, Zadeh교수가 1965년에 퍼지집합(Fuzzy Set)이란 논문을 발표한 것이 최초이다[4]. 일반 집합이 원소의 소속여부에 따라서 0과 1의 값을 갖는데 비해, 퍼지집합은 집합에의 소속도가 0과 1사이의 임의의 실수값을 갖는 집합이다. 퍼지집합의 각 원소의 소속도를 나타내는 함수를 멤버쉽함수(membership function)라고 한다. 예를 들어 "고속"에 대해 100km 이상이면 대체로 "고속"이라고 인식하고, 60km 이하인 경우 "고속"이 아니라고 인식한다면 "고속"에 대한 귀속도 함수는 그림 1과 같이 표현될 수 있다. 즉, x축은 속도를, y축은 "고속" 집합(A)에 속하는 정도를 0에서 1까지의 값으로 표현한, 소속도값(membership value)을 나타낸다. 좌표 (x, $\mu_A(x)$)가 이루는 그래프 y = $\mu_A(x)$를 퍼지집합 A의 멤버쉽함수라고 한다.

Bellman and Zadeh는 퍼지한 상황에서의 목적함수와 제한조건들이 퍼지집합을 이용해서 표현될수 있다고 했다[1]. 즉, 퍼지 목적함수와 퍼지 제한조건들은 MAX-MIN 연산자를 이용해서 결합함으로써 표현된다. 퍼지 목적함수 집합 G와 퍼지 제한조건 집합 C가 X에 대해 존재한다고 할 때, G와 C의 교집합인 퍼지집합 D가 형성되며, 이는 $\mu_D = \mu_G \cap \mu_C$와 같다(그림 2).

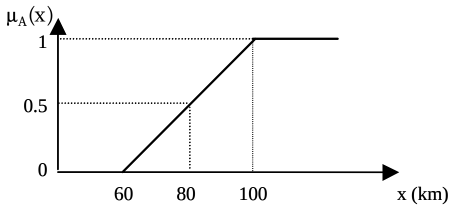


그림 1. "고속"에 대한 멤버쉽함수

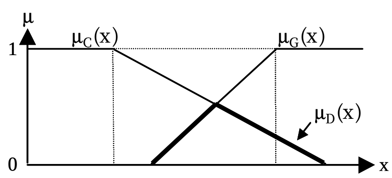


그림 2. 퍼지집합 C, G, D간의 관계

2.1 전통적인 LP와 fuzzy LP

자원이 명료하게 정의될 수 있다면 전통적인 LP문제는 다음과 같이 표현된다[3].

$$
\begin{array}{lll}
\max & z = cx & \\
\text{s.t.} & (Ax)_i \leq b_i, \ \forall_i & \\
 & x \geq 0 & \quad (2\text{-}1)
\end{array}
$$

이 때 c, A, b_i, $\forall_i$는 명료하게 주어진다.

Zimmermann은 목적함수나 제한조건들의 값을 엄밀하게 부여해야 하는 전통적 LP에 있어서, 이러한 값들을 보다 "덜 엄밀하게" 부여하는 방법을 제시하고 다음과 같이 "소프트하게" LP문제를 정의하였다[9].

$$
\begin{array}{ll}
z_o \gtrapprox cx & \\
(Ax)_i \lessapprox b_i, \ \forall_i & \\
x \geq 0 & \quad (2\text{-}2)
\end{array}
$$

여기에서 "$\lessapprox$"는 "$\leq$"의 완화된, 또는 퍼지화된 형태를 나타낸다. 다시 말해서 이러한 퍼지 부등호를 사용하면, 목표수준 z_o은 목표함수 cx와 "같거나 너무 크지 않은"의 의미를 갖게 되며, 제한조건에서도 Ax는 b와 "같거나 너무 적지 않은"으로 해석될 수 있다. 즉, 목표수준 z_o나 제약수준 b는 어느 정도 모호한 허용영역(tolerance range)을 갖게 되는 것이며, 위의 식은 동일하게 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{array}{ll}
\tilde{z}_o \geq cx & \\
(Ax)_i \leq \tilde{b}_i, \ \forall_i & \\
x \geq 0 & \quad (2\text{-}3)
\end{array}
$$

여기에서 $\tilde{b}_i$와 $\tilde{z}_0$는 허용영역 p_o와 p_i를 내포한 z_o와 b_i를 의미한다. 다음으로는 이러한 퍼지값을 적용하는 방법을 알아본다.

2.2 허용범위가 주어지지 않는 경우의 퍼지 제약조건 (b_i 주어짐, p_i 주어지지 않음)

Verdegay는 다음과 같이 퍼지제약요소를 가진 방정식은

$$
\begin{array}{lll}
\max & z = cx & \\
\text{s.t} & (Ax)_i \leq \tilde{b}_i, \ \forall_i & \\
 & x \geq 0 & \quad (2\text{-}4)
\end{array}
$$

다음과 같이 크리스프(crisp)[1] 파라메터를 갖는 문제로 전환될 수 있다는 것을 밝혔다[6].

$$
\begin{array}{lll}
\max & z = cx & \\
\text{s.t.} & (Ax)_i \leq b_i + \theta p_i, \ \forall_i & \\
 & \theta \in [0, 1] \text{ and } \ x \geq 0 & \quad (2\text{-}5)
\end{array}
$$

여기에서 c, A, b_i, p_i는 명료하게 주어지는 값이며 θ는 최대 허용값을 분모로 한 분수값이다. p_i는 항상 양의 값을 갖는 최대 허용값들이다. 식 (2-5)의 목표함수값 $z^*(\theta)$은 θ에 따라 변하는 값을 갖게 된다. 즉, 각 θ에 대해 최적해를 얻을 수 있으며, 식 (2-5)의 경우, 자원의 사용이 증대되어 감에 따라 변화된 해를 얻는다. 이러한 해들을 DM이 평가한 후 가장 만족스러운 해를 선택하게 된다.

2.3 허용범위가 주어지는 퍼지 제약조건 (b_i와 p_i가 주어짐)

최대 허용값 p_i를 알 수 있는 경우, 각 퍼지 제약에서의 선형 멤버쉽함수 μ_i를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$
\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } (Ax)_i < b_i \\ 1 - [(Ax)_i - b_i]/p_i & \text{if } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \\ 0 & \text{if } (Ax)_i > b_i + p_i \end{cases} \quad (2\text{-}6)
$$

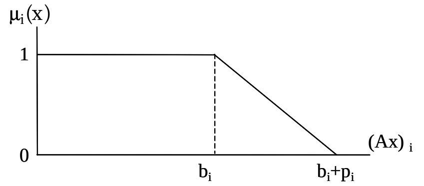


그림 3. 제약조건들의 멤버쉽함수

앞에서 언급하였던 인형공장의 예에서 인형원료 제약요소의 멤버쉽함수는 다음과 같이 표현될 수 있다(그림 4).

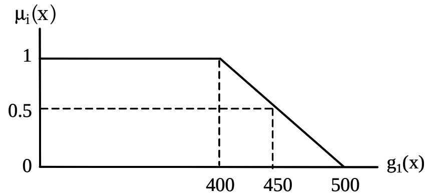


그림 4. 인형원료 제약요소의 멤버쉽함수

---

1 크리스프(crisp)는 퍼지(fuzzy)와는 반대로 값 또는 집합의 경계가 분명한 개념을 의미한다.

2.4 목표값을 알 수 없을 때 퍼지 제약요소와 퍼지 목표함수 (b_0와 p_0가 주어지지 않음)

Werners는 식 (2-4)에서 퍼지 제약요소로 인해 목표함수도 퍼지하게 된다고 했다. 이는 식 (2-3)과 같이 표현될 수 있으며, 다시 동일하게 다음 식으로 나타내어 질 수 있다[7].

$$\begin{aligned} \max \quad & \tilde{z}_o = cx \\ \text{s.t.} \quad & (Ax)_i \le b_i + \theta p_i, \ \forall_i \\ & \theta \in [0, 1] \text{ and } x \ge 0 \end{aligned} \qquad (2\text{-}7)$$

여기에서 c, A, p_i는 주어졌으나 퍼지 목표함수의 목표치(g_0)는 주어지지 않은 경우이다.

Werner는 z_0와 z_1를 다음과 같이 정의하였다:

$$\begin{aligned} z^0 &= \max \ cx \\ \text{s.t.} \quad & (Ax)_i \le b_i, \ \forall_i, \text{ and } x \ge 0 \\ z^1 &= \max \ cx \\ \text{s.t.} \quad & (Ax)_i \le b_i + p_i, \ \forall_i, \text{ and } x \ge 0 \end{aligned} \qquad (2\text{-}8)$$

$z^0(\theta = 0)$ 과 $z^1(\theta = 1)$를 우선 구하게 되며, 최적해는 z^0와 z^1사이에 있게 된다. 목표식의 멤버쉽함수 μ_0는 그림 5와 같다

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } cx > z^1 \\ 1 - (z^1 - cx)/(z^1 - z^0) & \text{if } z^0 \le cx \le z^1 \\ 0 & \text{if } cx < z^0 \end{cases} \qquad (2\text{-}9)$$

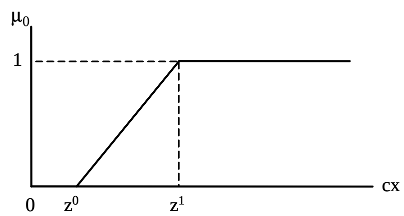


그림 5. 목표함수의 멤버쉽함수

위의 멤버쉽함수에서 max-min 연산자를 사용하여 최적해를 얻게 된다. 즉, 퍼지목표를 가진 LP문제는 다음 식을 통해서 구하게 된다.

$$\max \ \mu_D = \max \{\min [\mu_0(x), \mu_1(x), \cdots, \mu_m(x)]\} \qquad (2\text{-}10)$$

따라서 식 (2-7)은 다음으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \max \quad & \alpha \\ \text{s.t.} \quad & \mu_0(x) \ge \alpha \\ & \mu_i(x) \ge \alpha, \cdots, \forall_i \\ & \alpha \in [0, 1] \text{ and } x \ge 0 \end{aligned} \qquad (2\text{-}11)$$

이 때 c, A, b_i, p_i는 주어진 값이며 $\alpha = \min(\mu_0(x), \mu_1(x), \cdots, \mu_m(x))$이다. $\alpha = 1 - \theta$로 놓을 경우, 식 (2-11)은 다음과 같이 변경된다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta \\ \text{s.t.} \quad & cx \ge z^1 - \theta(z^1 - z^0) \\ & (Ax)_i \le b_i + \theta p, \ \forall_i \\ & \theta \in [0, 1] \text{ and } x \ge 0 \end{aligned} \qquad (2\text{-}12)$$

2.5 목표함수의 목표값과 허용범위를 알 경우 퍼지 제약조건과 퍼지 목표함수 (b_0와 p_0가 알려짐)

DM은 목표함수의 목표값(b_0)과 허용범위(p_0)를 알 경우가 있다. Zimmermann은 b_0와 p_0, 그리고 퍼지 자원제약들 (b_i and p_i)을 알 경우에 사용하는 모델을 제시하였다[9]. 퍼지 목표를 가지는 경우, Zimmermann의 멤버쉽함수 μ_0는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } cx > b_0 \\ 1 - (b_0 - cx)/p_0 & \text{if } b_o - p_0 \le cx \le b_0 \\ 0 & \text{if } cx < b_o - p_0 \end{cases} \qquad (2\text{-}13)$$

Werners의 식 (2-9)과 Zimmermann의 식 (2-13)의 차이점은 그림 6과 같이 멤버쉽함수로 표현된다. 이 그림에서, Zimmermann의 b_0와 p_0는 rational한 영역에서 주어진다고 가정한다(i.e., $z^0 \le b_0 \le z^1$ and $b_o - p_0 \ge z^0$).

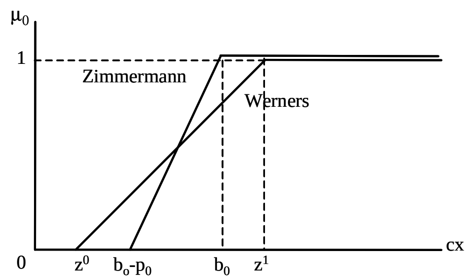


그림 6. Zimmermann과 Werners의 멤버쉽함수

$\alpha = 1 - \theta$로 놓으면 다음과 같은 식이 성립된다.

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \theta \\
\text{s.t.} \quad & cx \geq b_o - \theta p_0 \\
& (Ax)_i \leq b_i + \theta p, \ \forall_i \\
& \theta \in [0, 1] \text{ and } x \geq 0 \qquad (2\text{-}14)
\end{aligned}
$$

2.6 목표값이 허용범위가 없이 주어지는 경우에 있어서 퍼지 제약조건과 퍼지 목표함수 (b_0 주어짐, p_0 주어지지 않음)

Lai and Hwang은, 퍼지 목표함수의 목표값 b_0은 주어지고 허용범위 p_0는 주어지지 않는 경우, 퍼지 제약조건과 퍼지 목표함수를 이용한 LP문제를 해결하는 모델을 제시하였다[5]. 이 때 문제 [2.6]과 문제 [2.5]의 차이점은, 문제 [2.6]에서는 p_0가 초기에 주어지지 않는다는 것이다. 그러므로 p_0들을 가정한다 (where $p_0 \in [0, b_o - z_0]$). 이렇게 가정된 p_0를 이용한 해들이 산출되며, DM은 이들 해를 분석한 후 p_0를 선별하게 된다.

3. Fuzzy-LP와 GIS의 결합에 의한 토지이용 문제 적용 사례

본 연구에서는 Fuzzy-LP와 GIS를 연동하여 활용할 수 있음을 간단한 토지이용문제를 사용하여 예시하였다. 여기에서는 조건을 단순화하여 문제해결과정을 예시하는데 초점을 맞추기 위해 가상적인 데이터를 사용하였다. 그러나 그 접근방법은 실제상황에 맞춰서 사용할 수 있다.

Fuzzy-LP와의 관계에 있어서 GIS는 두 가지의 역할을 하게 된다. 첫째, 가용한 자원(여기에서는 가용한 토지)의 경계를 정하는데 이용되며, 둘째, Fuzzy-LP과정의 결과값을 표현하는데 이용된다. 앞에서 Fuzzy-LP 문제해결 단계에 대한 설명에서 언급한 바와 같이, 제한 조건 또는 목표값을 바꿔가면서 Feedback과정을 거쳤듯이, Fuzzy-LP와 GIS가 결합된 과정에서도 GIS의 산출값을 조정할 수도 있다. 즉, GIS가 가용자원을 한정할 경우에도 물리적 조건들을 변경시키면서 결과로 산출되는 가용토지면적을 변경시킬 수 있는 여지가 있다. 또한 최종적으로 도면에 표현된 결과를 DM이 분석한 후 Fuzzy-LP-GIS과정의 처음부터 또는 특정 단계부터 다시 진행할 수도 있게 된다(그림 7, 그림 8).

예를 들어 그림 9과 같이 대상지가 주어졌다고 가정한다. 이 지역에 벌목을 위한 삼림지를 조성하고자 하는데, 소나무, 참나무, 전나무의 세가지를 심고자 한다. 이렇게

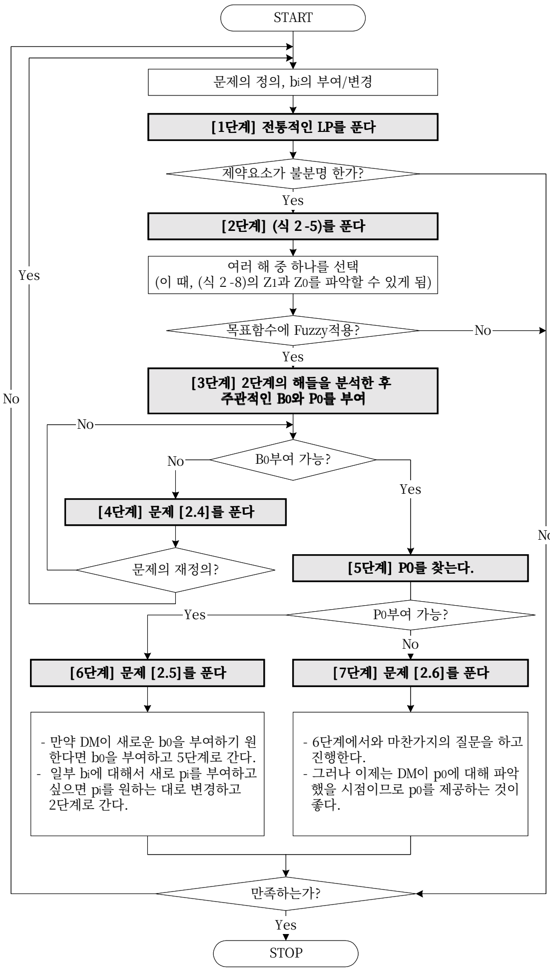


그림 7. Fuzzy LP의 Flowchart

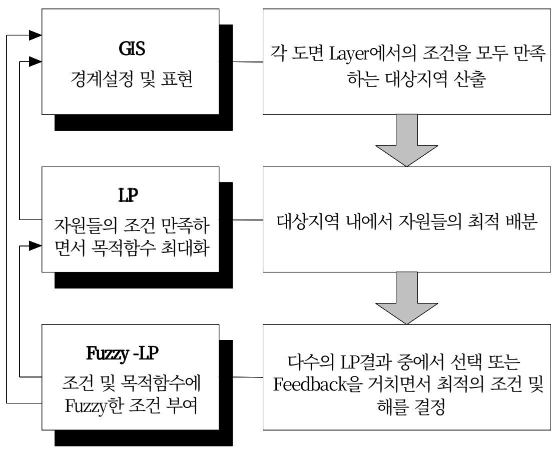


그림 8. GIS, LP 및 Fuzzy LP의 통합적인 이용

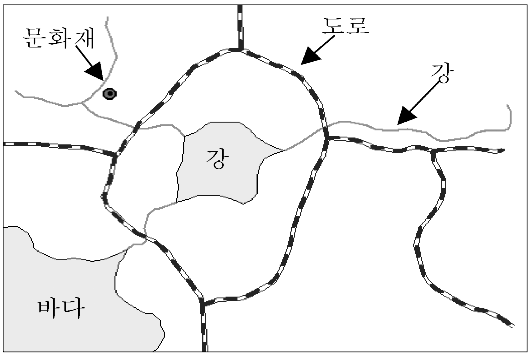


그림 9. 대상지 현황

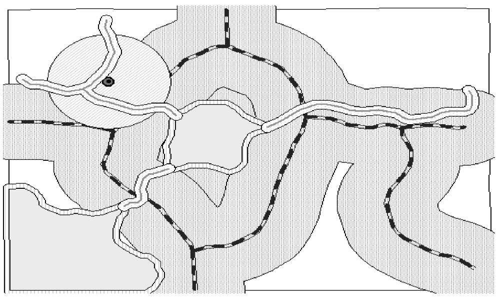
벌목지를 조성하기 위해서는 아래와 같이 몇 가지 규정 및 물리적 제한조건을 만족해야 한다.

1. 문화재로부터 10km이내 지역에서는 벌목을 할 수 없다.
2. 토양침식을 막기 위해서 해변, 강변 지역 1km 이내에서는 벌목을 할 수 없다.
3. 도로에서의 접근성으로 인해 도로에서 약 8km 정도까지만 벌목이 가능한 것으로 한다.
4. 벌목지는 결빙이 적은, 고도 1000m 이하에서만 가능하도록 한다.
5. 벌목기구는 경사 5도 이상에서는 동작이 어렵다.

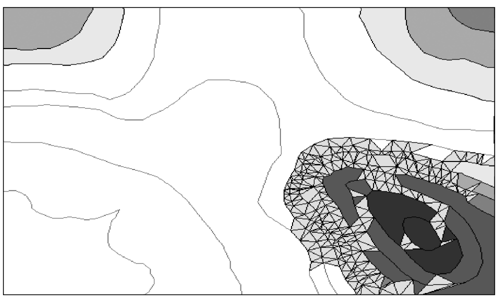
그림 10은 이러한 5개의 조건을 모두 만족하는 지역을 산출하는 과정을 보여준다. 각 조건을 만족하는 지역은, 버퍼링(buffering), 선별(reselect), TIN을 이용한 경사도 산출 등의 기능을 이용하여 구하고, 최종적으로 이들을 중첩(overlay)함으로써 가용한 면적이 산출된다. 이 예에서 최종 산출 면적은 약 180,000 ha정도가 되었다.

또한 벌목지를 조성함으로써 최대의 이윤을 얻는 것이 목표라고 할 수 있으며, 다음과 같이 총 이윤을 계산하고자 한다고 가정한다: 벌목으로 인한 이윤은 ha당 소나무 200만원, 참나무 250만원, 전나무 300만원이라고 알려져 있다. 벌목지 조성에는 ha당 소나무 150만원, 참나무 170만원, 전나무가 250만원이 소요되며 총 비용은 2000만원을 초과할 수 없다. 또한 소나무 지역은 최소한 30,000ha를 무조건 조성해야 한다. 소나무, 참나무, 전나무를 각각 x_1, x_2, x_3라 할 때 이 문제는 다음과 같은 LP식으로 나타내어 질 수 있다.

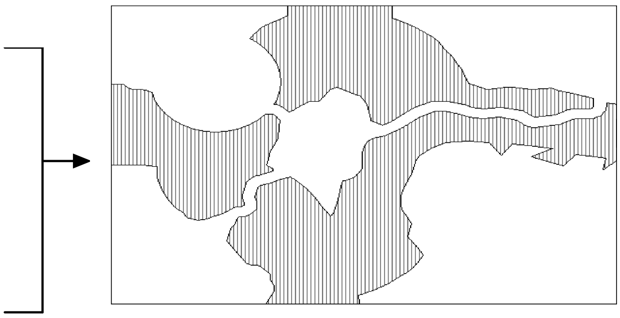
$$
\begin{array}{lll}
\text{max} & z = 200x_1 + 250x_2 + 300x_3 & \text{(이윤)} \\
\text{s.t.} & x_1 + x_2 + x_3 \le 180{,}000 & \text{(가용면적)} \\
 & 170x_1 + 200x_2 + 250x_3 \le 20{,}000{,}000 & \text{(조성비)} \\
 & x_1 \ge 30000 & \text{(필수지역)} \\
 & x_1,\ x_2,\ \text{and}\ x_3 \ge 0 & \text{(3-1)}
\end{array}
$$



(a) 조건 1, 2, 3을 만족하는 지역의 산출



(b) 조건 4, 5를 만족하는 지역의 산출



(c) 전체 조건을 만족하는 지역의 산출

그림 10. 물리적 가용 영역의 산출

1단계: 일반적인 LP문제를 푼다(문제 [2.1]). 이 때 목표함수값은 z* = 약 24.6백만원이다. 실제 사용된 자원들은 실제로 각각 104,500ha, 2000만원, 30,000ha이고 가용면적에서 약 75,500ha가 사용되지 않았다. 그러므로 DM은 첫 번째 제약조건을 180,000ha에서 104,500ha로 수정하고 문제 [2.1]을 다시 푼다. 제약 조건들을 Fuzzy하게 부여하고 싶은 경우 2단계로 진행한다.

2단계: 자원들의 제약이 기본적으로 정확하게 주어질 수 없는 상황이므로, DM은 일반적인 LP는 부족하다는 인식을 할 것이다. 그는 자원이 104,500ha보다 "너무 크지 않고", 2000만원 보다 "너무 많이 쓰지 않으면서", 소나무지역은 30,000ha보다 "너무 적지 않게" 조성하고자 하는 것을 제약조건으로 생각할 수 있다. 이 때 허용조건은 예를 들어 1000ha, 300만원, 200ha 정도를 고려할 수 있다. 그러므로 이 문제는 fuzzy한 조건과 crisp한 목표함수를 가진 LP가 되며, 곧, 식 (2-5)를 푸는 것과 같게 된다. 각 조건의 멤버쉽함수는 그림 11과 같이 표현될 수 있으며, 따라서 제약조건들은 다음과 같이 표현된다.

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 104500 + 1000\theta \quad \text{(가용면적)}$$
$$170x_1 + 200x_2 + 250x_3 \le 20{,}000{,}000 + 3{,}000{,}000\,\theta \quad \text{(조성비)}$$
$$x_1 \ge 30000 - 200\theta \quad \text{(필수지역)}$$
$$x_1,\ x_2,\ \text{and}\ x_3 \ge 0 \quad (3\text{-}2)$$

θ($\theta \in [0, 1]$)에 대한 최적해들이 표 1의 테이블의 형태로 DM에게 주어지게 된다. 이들 중에서 DM은 해 하나를 만족스러운 것으로 판단한 뒤 과정을 끝낼 수 있다. 또는 몇 가지 선택권이 주어진다. 만약 b_i(자원 i)를 변경시키기 원한다면, 새롭게 b_is와 p_is를 부여한 후 문제 [2.1]을 다시 푼다. 그렇지 않고 퍼지 목적함수를 부여하기 원한다면 제 3단계로 진행한다.

3단계: 표 1의 테이블에서 주어진 해를 참고하면서 DM은 주관적인 목표값 b_0와 허용범위 p_0를 정한다. 만일 목표치(b_0)를 정할 수 없는 경우 4단계로 진행하고, b_0를 줄 수 있는 경우, 5단계로 간다.

4단계: 문제 [2.4]를 푼다. 2단계에서 DM은 z_1= 27,679,010.0 (θ = 1, 즉 자원들의 허용범위가 최대일 때)와 and z_0 = 24,625,000.0 (θ = 0, 즉 자원의 퍼지허용이 없을 경우)를

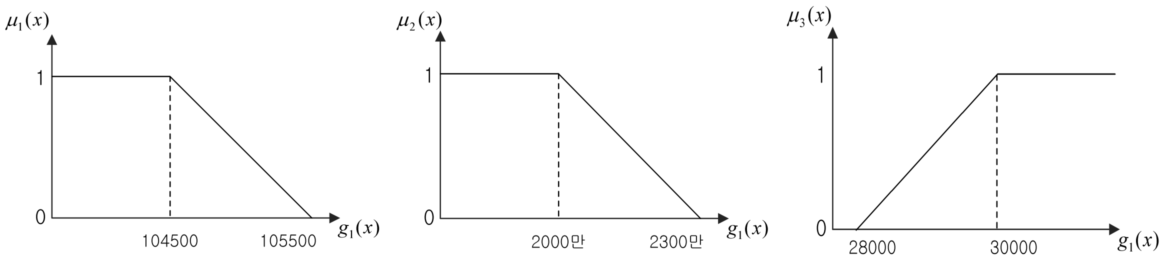


그림 11. 각 조건의 멤버쉽 함수(2단계)

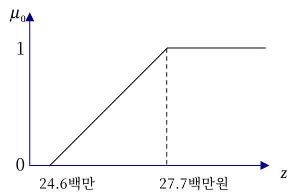
표 1. θ값과 이에 따른 최적해의 변화(2단계)

		실제 사용된 자원		
θ	z*	가용면적	조성비	A지역
0.0	24,625,000.0	104500.0	20,000,000.0	30000.0
0.1	24,930,400.0	104600.0	20,300,000.0	29980.0
0.2	25,235,800.0	104700.0	20,600,000.0	29960.0
0.3	25,541,200.0	104800.0	20,900,000.0	29940.0
0.4	**25,846,608.0**	**104900.0**	**21,200,008.0**	**29920.0**
:	:	:	:	:
1.0	27,679,010.0	105500.0	23,000,008.0	29800.0

산출할 수 있었다. 그렇다면 이제 퍼지 목적함수의 멤버쉽 함수 μ_0(x)를 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\mu_0(x)=\begin{cases}1 & \text{if } z>27,679,010.0\\ 1-(27,679,010.0-z)/(27,679,010.0-24,625,010.0) & \\ \quad \text{if } 24,625,000.0\le z\le 27,679,010,0 & \\ 0 & \text{if } z<24,625,000,0\end{cases} \tag{3-3}$$

이 때, μ_0(x)의 형태는 다음과 같이 된다.



또한 이 문제는 이제 다음 식과 동일하게 된다.

min θ

s.t. $z=200x_1+250x_2+300x_3 \ge 27,679,010.0-3,054,010\,\theta$ (이윤)

$g_1(x)= x_1 + x_2 + x_3 \le 104000 + 1000\,\theta$ (가용면적)

$g_2(x)= 170x_1+200x_2+250x_3 \le 20,000,000+300\,\theta$ (조성비)

$g3(x)= x1 \ge 30000 - 200$ (필수지역)

$x_1,\ x_2,$ and $x_3 \ge 0$ and $\theta \in [0,\ 1] \ge 0$ (3-4)

만약 DM이 b_i(자원 i)를 변경시키고자 한다면, 새롭게 일단의 b_is와 p_is를 부여하고 1단계로 다시 돌아갈 수 있다. 만약 DM이 이제 목표치 b_0를 부여할 수 있다면 이를 정의한 후, 5단계로 간다.

5단계: b_0 = 25,846,608.0 (at θ = 0.4)이고 p_0 = 1,000,000이라고 가정하고 6단계로 진행해 본다. 여기에서 목적함수의 허용범위는 0과 1,221,608사이 값이어야 한다($p_0 \in [0, b_0-z^0]$). 만약 p_0가 부여되지 않았다면 7단계로 간다.

6단계: 문제 [2.5](Zimmermann's model)를 푼다. 이 모델은 z ≥ 25,846,608.0 -1,000,000θ이고 멤버쉽함수 μ_0가 다음과 같이 주어진다는 것을 제외하면 식 (3-4)와 같다.

$$\mu_0(x)=\begin{cases}1 & \text{if } z>25,846,608.0\\ 1-(25,846,608.0-z)/1,000,000 & \\ \quad \text{if } 24,846,608.0\le z\le 25,846,608.0 & \\ 0 & \text{if } z<25,846,608.0\end{cases} \tag{3-5}$$

이 경우에도 앞에서와 같이 만족여부와 자원제약에 대해서 같은 질문을 하게 된다. 목표값 b_0를 변경하기 원하면 새로운 값을 주고 5단계로 간다. 자원 제약 b_i,에 대한 허용범위를 새롭게 주고자 하면 이들을 변경한 후, 2단계로 간다.

7단계: 문제 [2.6] (Lai and Hwang's model)을 푼다. 즉, 서로 다른 p_0값들에 대해 시뮬레이션을 한다. 만약 5개의

표 2. 서로 다른 p_0값들에 대해 시뮬레이션(7단계)

			실제 사용된 자원		
p_0	θ	z*	가용면적	조성비	A지역
0	0.55	25,846,608.0	96191.8	21,639204.0	30109.3
244321.6	0.51	25,721,596.0	95772.8	21,535004.0	30102.3
488643.2	**0.48**	**25,611,528.0**	**95403.8**	**21,443260.0**	**30096.2**
977286.5	0.43	25,426,650.0	94784.1	21289162.0	30085.9
1221608.1	0.41	25,348,264.0	94521.4	21223826.0	30081.6

만약 이 테이블에서 p_0가 488643.2인 경우를 최적해로 선택하였을 경우, 다음의 해를 갖게 된다.

```
VARIABLES        VALUES
   X1            30096.215
   X3            65307.617

RESOURCES ACTUALLY USED:
   > THE AMOUNT OF   1th RESOURCE USED : 95403.828
   > THE AMOUNT OF   2th RESOURCE USED : 21443260.000
   > THE AMOUNT OF   3th RESOURCE USED : 30096.215
```

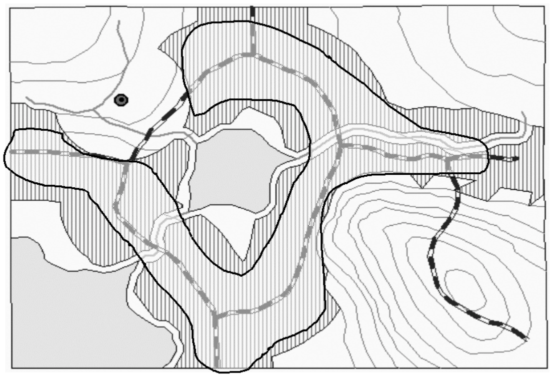


그림 12. 대상 공간내에서 도로의 근접성을 위주로 한 공간할당

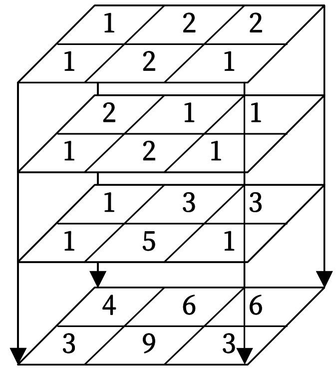


그림 13. 점수가 부여된 layer들을 중첩시킴으로써 누적점수 layer를 구하는 방법

서로 다른 p_0를 $p_0 \in [0, 1{,}221{,}608]$ 범위에서 부여한다면 이는 결국 6단계의 문제를 각각 다른 p_0에 대해서 푸는 결과가 된다. 결과는 표 2와 같이 테이블 형태로 주어진다. 여기에서 만족스러운 결과를 취한 후 과정을 마칠 수 있다. 또는 6단계에서와 마찬가지의 질문을 할 수 있다. 이 단계에서는 적당한 p_0를 선택하는 것이 바람직하다.

즉, 결과는 소나무(X_1)를 30,096ha, 전나무(X_2)를 65,308ha의 면적에 조성하게 되며, 참나무는 이 경우 제외되게 된다. LP는 토지이용의 적정규모만을 산출하고 공간적인 할당을 하는 방안은 제공하지 않는다. 산출된 면적을 해당 가용면적 180,000ha내에 할당하고 표현하는 작업은 다시 GIS편에서 이루어지게 된다. 그러나 이 경우에, 대상 공간 내에서 공간을 어떻게 점유할 것인가 하는 문제가 남게 된다. 즉, 다양한 물리적 조건이 존재하는 공간 내에서 선호가 되는 적합한 지역을 찾는 문제는 또 다른 과제가 된다. 만약 도로에서의 근접성을 중심으로 해서 공간을 할당한다면 그림 12와 같은 형태가 될 것이다.

그러나 보통 경사도, 고도, 도로근접성, 지가, 환경보호 등 물리적인 조건뿐만 아니라 사회경제적인 조건 등 다양한 결정요소들이 존재하게 된다. 만약 물리적, 환경적 요소들을 가능한 한 많이 만족시키는 지역일수록 개발적합성이 높다고 한다면, 이러한 분석에 GIS의 중첩(Overlay)기법이 유용하게 사용될 수 있다. 그러나 GIS의 벡터데이터를 이용한 일반적인 중첩기법을 사용하면 결정 요소들간의 중요성의 차이를 효과적으로 다룰 수 없게 된다. 즉, 중첩기법으로 서로 다른 조건들을 동시에 만족시키는 지역을 찾는 방법은 GIS에서 가장 흔하게 이용되고 있는 기법이지만, 문제점이 있다면, 각 layer들에 있어서 결정 조건들을 사전에 명확히 정의하기가 쉽지 않다는 것이다. 예를 들어 개발에 적합한 경사도의 조건을 10%이하로 할 것인지, 5%이하로 할 것인지는 의사결정자에 따라서, 또는 경사도에 부여된 중요성에 따라서 달라지게 될 것이다.

이렇게 사전에 일정조건을 만족하는 부분만 가려내어 overlay에 참여시키기 보다는, 각 결정요소(layer)에서 분포된 속성값들을 범주화(categorize)하고 점수를 부여 해서 누적시키는 방법을 사용할 수 있다. 이렇게 해서 얻어지는 누적점수로써 개발 적합성을 표현할 수 있다. 이러한 점수부여방식을 사용하면, 첫째, 각 layer에서 범주화와 점수화를 하는 것에 따라 다양한 누적점수를 얻을 수가 있어서, 보다 융통성있는 대안들을 생성할 수 있고, 둘째로는 결과로써 산출되는 layer는 전체 공간에 대해 연속적으로 누적점수들을 표현하게 되므로, 대상지역 주변의 개발적합도를 동시에 파악하고 비교할 수 있게 된다. 그림 13은 점수가 부여된 각 layer들을 overlay시켜서 누적점수로 표현된 layer를 구하는 방법을 도식화 한 것이다.

4. 결　　론

기존의 LP기법은 명료한 데이터를 부여해야 되므로 토지이용배분문제와 같이 명료하지 못한 제한조건을 줄 수 밖에 없는 상황에서는 현실적으로 사용되기 어렵다. 본 연구에서는 이러한 문제를 다루기 위해 Fuzzy이론이 결부된 Fuzzy-LP를 이용하는 방법을 제시하였다. 퍼지값을 부여하는 다양한 경우와 방법을 수용하기 위해서, DM과 상호교류를 하면서 유연하게 문제해결을 해 나갈 수 있도록

표 3. GIS, LP, Fuzzy-LP의 비교

	특징	장점	단점
GIS	• 공간자료의 생성, 표현, 검색	• overlay, reselect 등의 기능들을 이용해서 신속하게 조건을 만족하는 지역 산출 및 표현	• 최적화 문제 등 수학적인 알고리즘 처리의 부재
LP	• 충분치 못한 자원의 양적 배분문제	• 제약조건이 명확할 때, 자원의 최적배분에 유용	• 공간적으로 표현 불가능
Fuzzy-LP	• 제약조건을 명료하게 부여할 수 없는 경우 LP의 제약조건 및 목적함수를 "Soft"하게 부여가능	• 토지이용과 같은 공간적 배분문제에 적절 • GIS와 결합할 결우,일반적인 LP보다 Fuzzy-LP와의 결합이 더 현실적	• 산출되는 다수의 LP결과를 의사결정자가 보면서 문제를 다시 정의하거나 최적해를 결정하므로 여러 번의 판단과정이 필요

Fuzzy-LP 프로그램을 구현하였다. 의사결정자는 여러 가지 불명확한 상황들을 테스트해보고 다시 문제를 재 정의해 가면서, 문제해결을 위한 더 나은 접근법을 터득해 나갈 수 있게 된다.

본 연구에서는 LP기법에서 공간적인 제한요소를 정의하는데 있어서 GIS가 유용하게 사용될 수 있고, Fuzzy-LP과정을 통해 불확실한 제한조건도 다룰 수 있음을 예시하였다. 이들 각각의 기법은 표 3과 같이 비교될 수 있다. 그러나, LP과정에서 산출된 양적인 결과를 공간상에 배분하는 문제는 가중치설정 등 보다 복합적인 고려가 요구되며 본 논문에서는 접근방법만 개념적으로 소개하였다. AHP와 GIS를 이용해서 가중치의 문제를 다루는 논문은 본 저자의 연구를 포함해서 다수 존재하므로 이들을 참고하기 바란다.

감사의 글

본 연구는 2001년도 서울시립대학교 신진교수연구비지원에 의하여 수행된 연구로서 학교당국에 감사 드립니다.

참고문헌

1. Bellman, R. E. and L. A. Zadeh, "Decision-making in a fuzzy environment", Management Science Vol.17, 1970, pp. 141-164.
2. Dantzig, G. B., "Linear Programming and Extensions. Princeton", Princeton University Press, 1963.
3. Dykstra, D. P., "Mathematical Programming for Natural Resources Management", McGraw Hill, 1983.
4. Janko, Wolfgang H., Marc Roubens and H.-J. Zimmermann, ed. "Progress in Fuzzy Sets and Systems", Kluwer Academic Publishers, 1990.
5. Lai, Y. J. and C. L. Hwang, "Fuzzy Mathematical Programmig" Springer-Verlag, 1992.
6. Verdegay, J. L., "Fuzzy mathematical programming", Approximate Reasoning in Decision Analysis, ed. Gupta, M. M. and E. Sanchez, North-Holland, 1982, pp. 231-236.
7. Werners, B., "An interactive fuzzy programming system, Fuzzy Sets and Systems", Vol. 23, 1987, pp. 131-147.
8. Zeleny, M., "Optimal system design with multiple criteria: De Novo programming approach", Engineering Cost and Production Economics, Vol. 10, 1986, 89-94.
9. Zimmermann, H.-J., "Description and optimization of fuzzy system", International Journal of General System, Vol. 2, 1976, pp. 209-216.

(　　년　월　일 원고접수)