

스마트카드 빅데이터를 이용한 대중교통 수요 추정

Demand Estimation of Public Transport using Smart Card Big Data

이민혁* · 전인우** · 전철민***

Lee, Min Hyuck · Jeon, In Woo · Jun, Chul Min

요 旨

본 연구에서는 스마트카드 빅데이터를 이용한 대중교통 수요 추정 기법을 제안한다. 스마트카드 데이터에 기록된 익명의 승객들을 에이전트로 활용하여, 노선 조정 이후의 정류장 및 노선 단위 수요를 분석한다. 각 에이전트는 버스, 지하철 등의 복합수단과 500m 이내 도보 환승을 고려한 최소 통행시간 경로에 배정된다. 본 연구에서는 스마트카드 데이터에서 약 120만 명의 승객을 추출하여 실제 노선 신설 사례에 대한 수요 추정 시뮬레이션을 수행하였다. 검증 결과, 노선의 일 평균 수요 및 정류장 단위 수요가 매우 유사하게 나타났고, 1인당 약 5분 이상의 통행시간 감소가 예측되었다.

핵심용어 : 스마트카드, 빅데이터, 대중교통, 수요 추정, 통행배정

Abstract

In this study, we propose a method for estimating public transport demand using the smart card big data. It is an agent-based model that can analyze demand by route and station level. Each agent is assigned to the minimum travel time path considering multi-modal and transfer within 500m. The simulation of an actual route adjustment case was performed using about 1.2 million passengers extracted from the smart card data. When compared with validation data, the average daily demand of that route and the demand per station were very similar. In addition, a decrease in travel time of more than 5 minutes per passenger was predicted.

Keywords : Smart Card, Big Data, Public Transport, Demand Estimation, Traffic Assignment

1. 서 론

대중교통지향형 도시개발(transit oriented development, TOD)이 요구됨에 따라, 노선 조정에 따른 이동수요 예측의 중요성이 증대되고 있다(Jung et al., 2013). 이동수요 예측은 대중교통 서비스 개선효과를 분석함에 있어 가장 핵심적인 요소이다. 서울시는 대중교통 승객의 약 99%가 스마트카드를 이용하기 때문에, 노선 조정 전·후의 수요 변화를 파악하기 용이하다(Jeon, 2020).

다만, 기존의 전통적 4단계 모형을 이용한 대중교통 수요 추정 방식은 미시적 분석에 한계가 있다. 4단계 모형은 거시적 관점에서 행정동 단위로 분석을 수행하기 때문에, 노선 및 정류장별 수요를 추정할 수 없다(Back, 2016; Lee et al., 2019). 도시민의 이동 패턴을 보다 세밀하게 파악하기 위해서는 노선 및 정류장 단위

의 대중교통 이용을 추정해야 한다.

이에 본 연구에서는 스마트카드 빅데이터를 이용한 대중교통 수요 추정 기법을 제안한다. 본 연구는 스마트카드 데이터에 기록된 익명의 승객들을 에이전트로 활용하여 노선 조정 전·후의 수요 변화를 분석한다. 각 에이전트는 목적지까지 최소 통행시간이 소요되는 노선을 선택하며, 500m 내의 다른 정류장을 이용한 환승을 고려한다(Lee et al., 2015). 본 연구에서는 서울시의 2018년 9월 스마트카드 데이터를 이용하여 에이전트를 생성하였고, 9월 이후 추가된 버스 노선에 대한 수요를 추정하였다. 추정 결과에 대한 검증으로는 2019년 4월 데이터를 이용하였다.

Received: 2020.06.08, revised: 2020.06.23, accepted: 2020.08.13

* 서울시립대학교 공간정보공학과 박사과정(Ph. D. Student, Dept. of Geoinformatics, University of Seoul, lmh1123@uos.ac.kr)

** 서울시립대학교 공간정보공학과 석사과정(Master's Student, Dept. of Geoinformatics, University of Seoul, yugo123@uos.ac.kr)

*** 교신저자 · 서울시립대학교 공간정보공학과 교수(Corresponding Author, Professor, Dept. of Geoinformatics, University of Seoul, cmjun@uos.ac.kr)

2. 관련 연구 분석

4단계 교통 수요모형은 통행발생, 통행배분, 수단선택, 통행배정 단계로 구성된다. 통행발생과 통행배분 단계에서는 각 교통존에 얼마만큼의 이동수요가 있는지, 그리고 각각의 이동수요의 목적지는 어디인지를 추정한다. 두 교통존 사이의 이동수요가 추정되면, 자가용, 대중교통, 택시 등 어떠한 수단으로 이동할지를 추정하게 된다.

통행배정은 교통존간 후보 경로들을 도출하여 각 경로에 통행량을 할당하는 단계이다(Pack et al., 2007; Son et al., 2007). 조정된 대중교통 노선에 대하여, 얼마만큼의 승객들이 이용할 것인가를 분석하는 단계가 통행배정에 해당한다. 기존 연구에서는 승객들의 수단선택과 경로 선택을 모형화하기 위해 설문조사 및 집계형 데이터를 활용하였다. 비용, 이동시간 등 승객들의 수단 및 경로 선택에 영향을 미칠 것으로 예상되는 변수들을 도출하고, 설문조사를 통해 수집된 데이터를 이용하여 선행회귀모형을 구축, 이를 통해 각 변수들 사이의 관계를 분석하였다.

대표적인 대중교통 통행배정 모형으로는 전량, 확률적, 최적전략 모형이 있다(Dial, 1971; Spiess and Florian, 1989; Kim, 2010). 전량 통행배정 모형은 두 교통존 사이의 최단경로에 모든 수요를 할당하는 기법이다. 알고리즘의 구현과 직관적인 이해가 쉽다는 장점이 있지만, 승객의 출발시간에 따라 최단경로 및 대안노선이 달라지는 대중교통의 특성을 반영하기 어렵다는 한계가 있다.

확률적 통행배정 모형은 승객마다 통행비용을 인지하는 방식이 다르다는 가정을 기반으로 한다. 요금, 환

승, 이동시간 등으로 구성된 효용함수를 이용하여 로짓모형을 구축하고, 이를 바탕으로 후보 경로들에 대하여 확률적으로 통행량을 할당한다.

최적전략 통행배정 모형은 가장 대표적으로 이용되는 알고리즘이다. 승객이 목적지에 도달하기 위해 선택할 수 있는 노선들을 전략이라 정의하고, 이 중 통행시간(혹은 비용)을 최소화해주는 전략을 최적전략이라 한다. 단일 경로에 모든 통행량을 할당하는 전략 모형과 달리, 최적전략 모형은 배차간격, 정류장에서의 대기시간 등이 고려되어 각 노선에 통행량이 분배되기 때문에 보다 현실적인 모형이다.

최근에는 모형식 기반의 접근방식이 아닌, 스마트카드 데이터에 나타난 통행패턴을 학습하여 수요를 추정하는 연구가 수행된 바 있다(Baek, 2016; Zhao et al., 2016; Ma et al., 2017). 스마트카드 데이터를 통해 승객들의 세밀한 통행이력을 분석할 수 있게 되면서, 설문조사 및 집계형 데이터에 의존하던 과거의 방법론 이외의 새로운 접근방식을 취하게 되었다.

본 연구는 스마트카드 데이터의 개별 승객들에 대한 통행 이력을 활용하여 노선 조정 이후의 수요를 추정한다. 행정동 단위의 집계 데이터를 활용하는 기존의 모형식 기반 통행배정 알고리즘과 달리, 개별 승객들의 최소 통행시간 경로를 분석하여 정류장 및 노선의 수요를 산출한다.

3. 방법론

본 연구에서 제안하는 수요 추정 기법은 대중교통 네트워크 DB, 경로 탐색 알고리즘, 에이전트 기반 최적 전략 통행배정 등의 3단계로 구성된다. 네트워크 DB

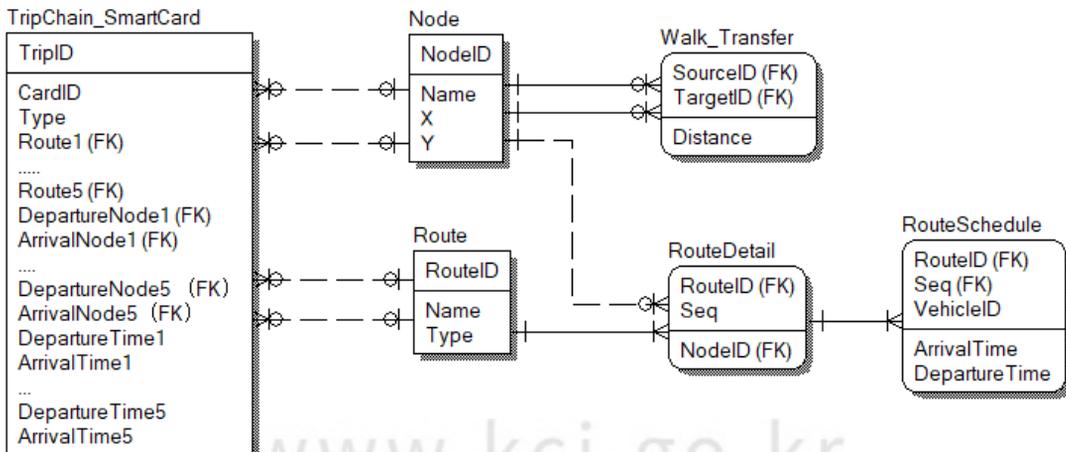


Figure 1. DB schema of public transport network

Table 1. Description of columns in each table

Table	Column	Description
Node	NodeID	Station ID
	Name	Station name
	X,Y	Station coordinate(WGS 84)
Walk_Transfer	SourceID	Station ID
	TargetID	Station ID within 500m from the source station
	Distance	Distance from source to target
Route	RouteID	Route ID
	Name	Route name
	Type	Type of route(bus, subway)
RouteDetail	Seq	Sequence to visit a station
RouteSchedule	VehicleID	Vehicle ID
	Arrival time, Departure time	Time of which a vehicle arrived / departed at a station,
TripChain	TripID	Tripchain ID
	CardID	Smart card ID (Passenger ID)
	Type	Type of smart card(adult, teenager, senior, disabled)
	Route 1~5	Route ID
	DepartureNode 1~5, ArrivalNode 1~ 5	Departure / Arrival station ID
	DepartureTime 1~5, ArrivalTime 1~ 5	Departure / Arrival time

구축은 경로 탐색 알고리즘 적용 및 통행배정을 수행하기 위한 데이터 처리 단계이다. 통행배정에서는 스마트카드 데이터에서 추출한 개별 승객에 대하여, 노선 조정에 따른 최적경로를 탐색하고 해당 경로에 승객을 할당한다.

3.1 대중교통 네트워크 DB

Fig. 1은 관계형 데이터 모델을 이용하여 대중교통 네트워크 DB를 구조화한 것이다. 네트워크 DB는 정류장(Node), 노선(Route), 노선의 정류장 구성(Route Detail), 운행시간표(RouteSchedule), 도보를 이용한 환승링크(WalkTransfer), 그리고 스마트카드 거래내역(TripChain)으로 구성된다. Table 1은 각 테이블의 컬럼에 대한 설명이다.

운행시간표 테이블은 각 노선(RouteID)의 차량(VehicleID)이 순차적으로 방문하는 정류장(Seq, NodeID)과, 해당 정류장에 도착하고 다음 정류장으로 출발하는 시간을 저장한다. 하나의 정류장에 대하여, 해당 정류장을 통과하는 다양한 노선들을 검색할 수 있고, 이를 통해 승객의 환승을 묘사하게 된다. 또한 도보를 이용한 환승을 고려하기 위해, 각 정류장으로부터 500m 버퍼 영역 내의 정류장들은 별도의 도보환승 테이블로 구성하였다.

스마트카드 거래내역은 트립체인 형태로 구성되어

있다. 트립체인은 환승을 포함한 승객의 연속적인 대중교통 이용을 나타낸다. 승/하차 시 카드를 태그하면, 한 건의 대중교통 이용 기록이 저장되고, 30분 안에 다른 차량으로 환승하면, 이전 기록과 연결하여 하나의 트립체인으로 구성할 수 있다. 본 연구에서는 최대 4번의 환승을 고려하여 트립체인 테이블에 5개의 노선 컬럼과 승/하차 정류장, 승/하차 시각 컬럼을 생성하였다(Yang et al., 2018).

3.2 경로 탐색 알고리즘

목적지까지의 최소 통행시간 경로를 탐색하는 알고리즘으로는 round-based public transit routing (RAPTOR)(Delling et al., 2014)를 이용하였다. 출발 노드와 출발 시각을 입력하면, 운행시간표를 기반으로 이동 가능한 정류장들에 대해 도착시각을 산출한다. 도보, 버스, 지하철 등 복합수단을 이용한 환승을 고려하여, 목적지까지의 도착시각을 감소시키는 경로가 더 이상 탐색되지 않는다면, 알고리즘은 종료된다. 운행시간표 기반 알고리즘이기 때문에, 동일한 기종점이라 하더라도 출발시각에 따라 최적경로가 달라질 수 있고, 노선의 배치간격이 결과에 영향을 미친다. RAPTOR 알고리즘의 경로 탐색 방식은 다음과 같다.

Step 1. 모든 정류장의 최소 도착시간을 ∞ 로 초기화하고, 출발 정류장의 최소 도착시간을 출발 시간으로

변경한다.

Step 2. 출발 정류장에서 이용할 수 있는 모든 노선에 대하여, 해당 노선들이 지나는 정류장들의 최소 도착시간을 운행시간표를 이용하여 갱신한다.

Step 3. 도착시간이 갱신된 정류장에서 도보 환승이 가능한 정류장들도 최소 도착시간을 갱신한다. 기존 도착시간이 단축된다면, 새로운 최소 도착시간을 갱신하고 그렇지 않다면 기존 도착시간을 유지한다.

Step 4. 도착시간이 갱신된 정류장들과, 해당 정류장들을 경유하는 노선들을 이용하여 이동 가능한 정류장들의 최소 도착시간을 갱신한다. 이 때, Step 3의 도보 환승도 고려한다. 즉, 운행시간표 상에 기입된 차량의 정류장 도착시간과 도보 환승을 고려하여, 목적지에 가장 빠르게 도달할 수 있는 경로를 탐색하는 것이다.

Step 5. 목적지의 최소 도착시간을 더 이상 갱신할 수 없고, 다른 정류장들의 도착시간도 더 이상 갱신할 수 없다면 알고리즘을 종료한다.

최소 도착시간, 즉, 통행시간은 Eq. (1)과 같다(Lee et al., 2019). 총 통행시간(T)은 총 차내시간(T^{in}), 총 대기시간(T^{wait}), 총 도보 이동 시간(T^{walk}), 총 환승저항($T^{transfer}$)의 합으로 구성된다. 도보 이동 시간은 도

보 환승 거리를 평균 보행속도로 나누어 계산하였고, 환승 거리는 두 정류장 사이의 맨해튼 거리를 적용하였다. 환승저항은 환승 시 느끼는 심리적 저항감을 시간으로 환산한 값으로, 관련 연구를 참고하여 1회당 5.35분을 적용하였다(Yang and Lee, 2018).

$$T = T^{in} + T^{wait} + T^{walk} + T^{transfer} \quad (1)$$

3.3 에이전트 기반 최적전략 통행배정

Fig. 2는 스마트카드 데이터를 이용한 에이전트 기반 통행배정 예시이다. 100번 승객은 버스 노선(B1, B2)을 이용하여 목적지로 이동하고, 도보 환승(BS2~BS3)이 추정된다. 101번 승객은 도보 환승 없이 BS3 정류장에서 환승하여 목적지까지 이동한다. 102번 승객의 출/도착 정류장은 지하철역(MS1, MS2)이다. 지하철은 차량이 아닌, 플랫폼에서 카드를 태그하기 때문에, 승객의 이용 노선이 데이터로 기록되지 않는다. 본 예시는 'N1' 노선이 신설될 경우, 각 승객이 이용할 경로를 추정하는 과정이다.

우선, 각 승객의 스마트카드 데이터에서 기종점과 출발시간만 남기고 경로에 대한 기록은 삭제한다. 이후,

Smart card data

Trip ID	Card ID	Route 1	Departure Node 1	Departure Time 1	Arrival Node 1	Arrival Time 1	Route 2	Departure Node 2	Departure Time 2	Arrival Node 2	Arrival Time 2
1	100	B1	BS1	09:00	BS2	09:30	B2	BS3	09:40	BS4	10:00
2	101	B3	BS1	09:20	BS3	10:00	B2	BS3	10:05	BS4	10:25
3	102		MS1	09:35	MS2	10:30					

①

Delete path records from the smart card data

Agent data

Trip ID	Card ID	Route 1	Departure Node 1	Departure Time 1	Arrival Node 1	Arrival Time 1	Route 2	Departure Node 2	Departure Time 2	Arrival Node 2	Arrival Time 2
1	100		BS1	09:00						BS4	
2	101		BS1	09:20						BS4	
3	102		MS1	09:35	MS2						

②

Calculate an optimal path for each agent
Input: Departure Node 1 & Time1, Arrival Node (final)
Output: The minimum cost path

Traffic assigned data

Trip ID	Card ID	Route 1	Departure Node 1	Departure Time 1	Arrival Node 1	Arrival Time 1	Route 2	Departure Node 2	Departure Time 2	Arrival Node 2	Arrival Time 2
1	100	N1	BS1	09:00	BS5	09:40	WALK	BS5	09:40	BS4	09:50
2	101	N1	BS1	09:20	BS5	10:00	WALK	BS5	10:00	BS4	10:10
3	102	M1	MS1	09:35	MS2	10:30					

Figure 2. An example of traffic assignment using smart card data

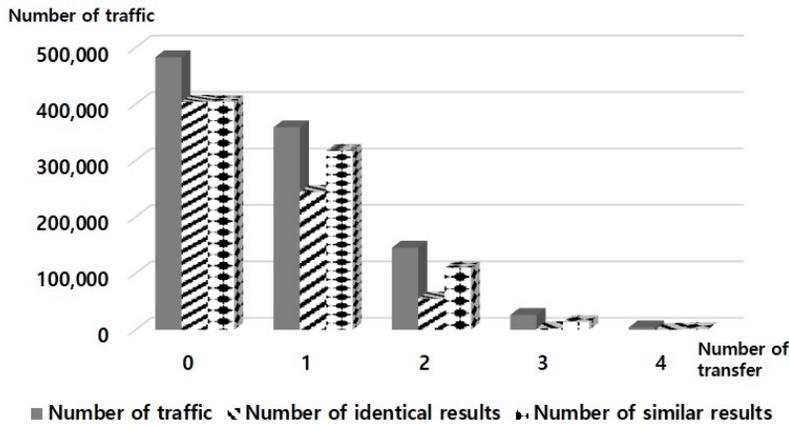


Figure 3. Matching rate by number of transfers

노선 조정안이 적용된 대중교통 네트워크를 대상으로, 각 승객 별로 기종점과 출발시간을 경로 탐색 알고리즘에 입력하여 최소 통행시간 경로를 탐색한다. 탐색된 경로에 승객들을 할당하고, 도보 이동 및 환승이 있다면, 해당하는 킬럼에 값을 채운다. 즉, 실제 승객들의 데이터를 이용하여 에이전트를 생성하고, 노선 조정 이후 각 에이전트를 재탐색한 최적경로에 할당하는 방식으로 통행배정을 수행한다.

Fig. 2의 통행배정 결과 테이블에서 100, 101번 승객은 기존 경로보다 이동시간이 단축되기 때문에 신규 N1 노선을 이용한다. 102번 승객은 신규 노선보다 지하철의 이동시간이 더 빠르기 때문에 M1 노선을 이용한다. 에이전트 단위로 최적경로를 탐색하고, 그 결과를 스마트카드 데이터 형태로 구축하기 때문에, 원본 데이터에는 포함되지 않은 도보 이동 및 지하철 노선에 대한 추정값도 채워지게 된다.

4. 시뮬레이션

서울시의 실제 노선 조정 사례에 본 연구에서 제시하는 수요 추정 기법을 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. Seoul transport operation & information service (TOPIS)의 bus information system(BIS) 데이터와 서울교통공사의 지하철 데이터를 기반으로 2018년 9월 기준의 대중교통 네트워크 DB를 구축하였다. DB에는 11,025개 정류장과 621개 노선(버스 607개, 지하철 14개), 80,772대 차량의 운행시간표가 포함되어 있다. 트립체인 테이블은 2018년 9월 한 주간의 분량에 해당하는 약 1억 건의 스마트카드 이용 기록을 바탕으로 구성하였다.

4.1 경로 탐색 알고리즘 검증

높은 정확도의 수요 추정 결과를 얻기 위해서는 통행 배정에 이용되는 경로 탐색 알고리즘의 정확도가 높아야 한다. 이에 수요 추정 시뮬레이션에 앞서, 경로 탐색 알고리즘의 정확도를 분석하였다. 스마트카드 데이터에서 노원구에 위치한 정류장을 이용한 승객 약 100만 명을 추출하였고, 실제 승객들의 이동 경로와 알고리즘으로 산출한 이동 경로를 비교하였다.

Fig. 3는 환승 횟수별 경로 일치율이다. 0회 환승하는 483,193명의 승객에 대하여, 약 84%에 해당하는 404,380건은 알고리즘으로 동일한 경로가 산출되었다. 환승 횟수가 증가할수록 동일한 경로를 산출하는 경우가 줄어들었지만, 전체적으로 약 70% 승객에 대해서는 동일한 경로를 산출하였다.

경로의 유사도를 고려했을 때는 일치율이 약 83%로 증가하였다. 예를 들어, ‘4호선’에서 ‘100번 버스’로 환승한 승객에 대하여, 알고리즘의 결과가 ‘4호선’에서 ‘200번 버스’로 환승하는 경로였다면, 2개의 노선 중 1개의 노선에 대해서는 예측에 성공했기 때문에 0.5건의 일치 통행으로 계산하였다. 이로 인해, 경로 일치율이 전반적으로 상승하였고 1회 환승의 경우에는 88% 정확도를 보였다.

4.2 노선 조정 시뮬레이션

Fig. 4는 2018년 10월부터 운행된 1167번 버스 노선이다. 대중교통 네트워크 DB에 1167번 노선에 대한 운행 정보(지오메트리, 첫차/막차 시각, 배차 간격 등)를 추가하고, 18년 9월 스마트카드 데이터를 이용하여 1167번 노선에 대한 수요를 추정하였다. 해당 노선이 지나는 정류장과 각 정류장으로부터 500m 범위 내에 존재하는 정류장을 이용한, 1,256,474명의 승객을 에이

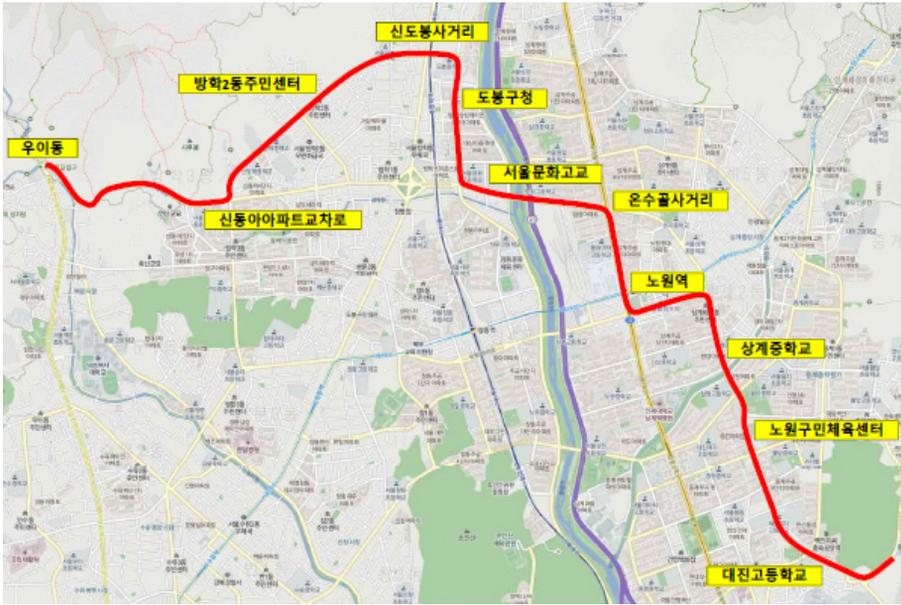


Figure 4. 1167 bus route map

전트로 활용하였다. 검증 데이터로는 19년 4월 스마트 카드 데이터를 이용하였다.

Fig. 5는 19년 4월 1167번 노선의 실제 수요와 18년 9월 데이터를 이용한 추정 결과를 정류장 단위로 비교한 것이다. 검증 데이터의 일 평균 전체 수요는 1,431 명이고, 예측 값의 일 평균 수요는 1,439명으로 매우 유사하게 나타났다. 정류장 단위 수요도 대체로 유사하게 나타났고, '7호선 노원역'과 'KT 전화국' 두 개의

정류장에서만 큰 차이를 보였다. 'KT 전화국'은 노원역에 인접한 정류장이다.

RAPTOR에 적용하는 통행시간 모형식에는 가중치가 적용되지 않았다. 버스보다는 지하철을 선호하는 경향, 특히, 도보 이동을 꺼리는 경향이 모형식에 반영되지 않았다. 이로 인해, 지하철 역에서 발생할 수요가 1167번을 이용할 것으로 과대 추정된 것으로 판단된다.

Fig. 6는 시간대별 수요 검증 결과이다. 시뮬레이션

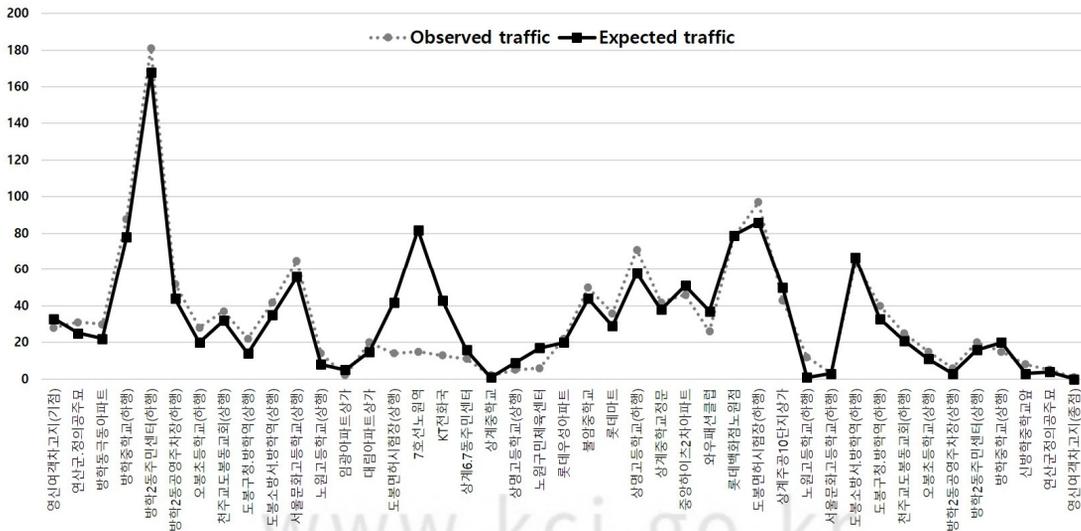


Figure 5. Demand estimation by station

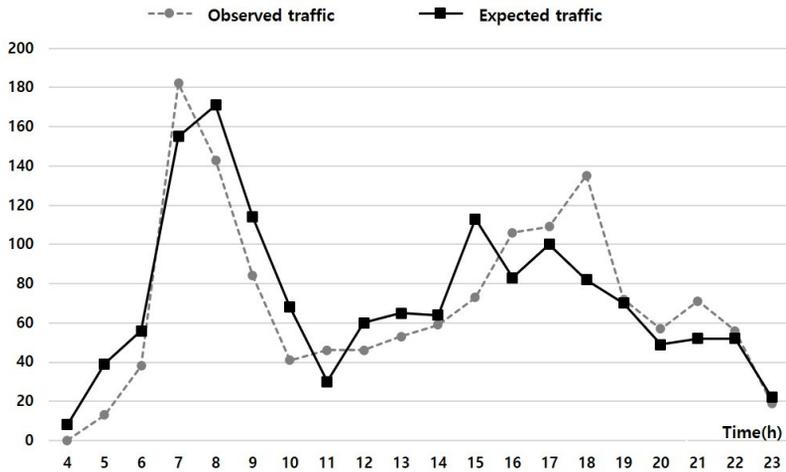


Figure 6. Demand estimation by time

을 통한 추정치에서도 실제 스마트카드 데이터와 마찬가지로, 출퇴근 피크 시간에 통행량이 높게 나타나는 경향을 볼 수 있었다. 오전 피크에서는 실제 수요보다 시간당 약 30명이 과대 추정되었고, 오후 피크에서는 시간당 최대 약 60명이 과소 추정되는 결과를 보였다. 하지만 대체적으로 두 그래프가 유사한 경향을 나타냈다.

1167번 노선을 이용할 것으로 예측되는 일 평균 1,439명의 에이전트에 대하여, 기존 경로의 통행시간과 신규 경로의 통행시간을 비교하였다. 기존 경로를 이용한 실제 승객들의 총 통행시간은 약 1,333시간이었고, 신규 노선을 이용할 때는 1,215시간으로, 개인당 약 5분 30초의 통행시간 감소가 나타났다. 이로 인해 차내 이동시간은 약 3분 감소, 도보 이동시간과 대기시간은 약 1분 30초가 감소되는 것을 확인하였다.

5. 결론

본 연구에서는 스마트카드 데이터를 이용하여 신규 노선에 대한 수요를 추정하는 에이전트 기반 통행배정 모형을 제안하였다. 기존 방법론들은 행정동 단위의 집계형 데이터를 사용하기 때문에, 정류장별/개인별 대중교통 이용 변화를 분석하는데 한계가 있다. 본 연구에서 제안하는 모형은 스마트카드 데이터로부터 개별 승객들을 추출하고, 노선 조정 이후 최적경로를 재탐색하여 탐색된 경로에 승객들을 배정한다. 따라서 승객 단위의 통행패턴 변화와 정류장 및 노선 단위의 미시적 수요를 추정할 수 있다.

노선구에 신설된 실제 노선 조정 사례에 대하여, 해

당 지역에서 대중교통을 이용한 약 120만 명의 데이터를 추출하여 시뮬레이션을 수행한 결과, 일 평균 수요 및 정류장/시간 단위의 수요를 매우 유사한 수준까지 추정할 수 있었다. 본 논문에서는 환승 저항이 일괄적으로 적용되었지만, 스마트카드 데이터에 나타난 개별 승객들의 통행이력을 바탕으로 승객들의 수단 및 경로 선택에 대한 개인별 선호도를 추정한다면, 보다 정확한 수요 예측이 가능하리라 판단된다. 개인별 선호도에는 버스, 지하철 등 복합수단에 대한 환승 저항, 동일 수단에 대한 환승 저항, 도보 이동에 대한 심리적 저항감, 차내 혼잡도에 대한 저항감 등이 고려될 수 있다.

현재 스마트카드 데이터에는 승객들이 이용한 지하철 노선 및 차량이 기록되지 않는다. 이는 지하철의 경우, 플랫폼에서 카드를 태그하기 때문이다. 따라서 향후에는 지하철 이용에 대한 추정 및 이를 고려한 복합수단 시뮬레이션에 대한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 2019년도 서울시립대학교 교내학술연구비에 의하여 지원되었음.

References

1. Baek, J. H., 2016, Bus demand prediction with smart card data - a deep learning approach, Ph. D. dissertation, Chung-Ang University, Korea.
2. Delling, D., Pajor, T. and Wernke, R. F., 2014,

- Round-based public transit routing, *Transportation Science*, Vol. 49, No. 3, pp. 591-604.
3. Dial, R. B., 1971, A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration, *Transportation research*, Vol. 5, No. 2, pp. 83-111.
 4. Jeon, I. W., 2020, Route adjustment simulation for public transit using smartcard bigdata, Master's thesis, University of Seoul, Korea.
 5. Jung, C. Y., Shon, E. Y. and Jung, Y. C., 2013, Improvement on bus route change in the quasi-public bus operation system, *Journal of Transport Research*, Vol. 20, No. 2, pp. 77-90.
 6. Kim, J. Y., 2010, A transit assignment model under vehicle capacity and station congestion, University of Seoul.
 7. Lee, J. W., Go, J. Y., Jeon, S. W. and Jun, C. M., 2015, A study of land use characteristics by types of subway station areas in seoul analyzing patterns of transit ridership, *The Korea Spatial Planning Review*, No. 84, pp. 35-53.
 8. Lee, M. H., Jeon, I. W. and Jun, C. M., 2019, Public transport accessibility based on relative time-distance, *Journal of Korean Society for Geospatial Information Science*, Vol. 27, No. 5, pp. 25-31.
 9. Lee, M. H., Lee, J. H., Woon, H. S. and Shon, E. Y., 2019, A study on the improvement of bus traffic assignment considering catchment area and access distance by bus-stop, *Seoul Studies*, Vol. 20, No. 3, pp. 79-90.
 10. Ma, X., Liu, C., Wen, H., Wang, Y. and Wu, Y. J., 2017, Understanding commuting patterns using transit smart card data, *Journal of Transport Geography*, Vol. 58, pp. 135-145.
 11. Park, G. C., Mun, J. J., Lee, S. M. and Park, C. H., 2007, A stochastic transit assignment model based on mixed transit modes, *Journal of Korean Society of Transportation*, Vol. 25, No. 3, pp. 111-121.
 12. Son, S. H., Choe, G. J. and Yu, J. H., 2007, An estimation of generalized cost for transit assignment, *Journal of Korean society of Transportation*, Vol. 25, No. 2, pp. 121-132.
 13. Spiess, H. and Florian, M., 1989, Optimal strategies: a new assignment model for transit networks, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 23, No. 2, pp. 83-102.
 14. Yang, H. J., Nam, H. W. and Jun, C. M., 2018, Analysing potential improvement of public transit services in OD level using time-distance accessibility and smartcard traffic volume, *Journal of the Korean Association of Geographic Information Studies*, Vol. 21, No. 2, pp. 80-93.
 15. Yang, S. J. and Lee, J.H., 2018, A study on route choice modeling in metropolitan urban rail network considering transfer penalty and angular cost, *Journal of Korean Society for Urban Railway*, Vol. 6, No. 1, pp. 59-70.
 16. Zhao, J., Zhang, F., Tu, L., Xu, C., Shen, D., Tian, C. and Li, Z., 2016, Estimation of passenger route choice pattern using smart card data for complex metro systems, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 18, No. 4, pp. 790-801.