



Fuzzy-LP와 GIS를 이용한 토지이용문제에 관한 연구

- Solving a Land Use Problem Using Fuzzy LP & GIS -

2002. 5. 15.

서울시립대학교 지적정보학과
전철민



차례

- 서론
- 이론적 배경
- Fuzzy_LP 알고리즘
- GIS와의 결합의 예
- 결론



서론

● GIS + Modeling Tools?

- 복잡한 문제를 해결하기 위해서는 GIS가 수학, 공학적인 모델링툴과 결합되는 것이 필요
- LP(Linear Programming)는 주어진 자원을 최적으로 배분하는 문제에 사용되는 수학적 기법
- GIS는 공간데이터를 표현, 관리하는 기법
- 불명료한(fuzzy) 상황을 다루기 위해 Fuzzy logic을 사용한 fuzzy-LP를 개발하고, 이를 GIS와 통합하는 방법론을 제시
- 통합시스템에서 GIS는 Fuzzy-LP과정으로 데이터를 공급하거나 Fuzzy-LP의 결과값을 표현하는데 이용

배경

● 전통적인 LP

$$\begin{array}{lll} \max & z = cx & \text{(objective function)} \\ \text{subject to} & Ax \leq b & \text{(constraints)} \\ & x \geq 0 & \text{(decision variables)} \end{array}$$

배경

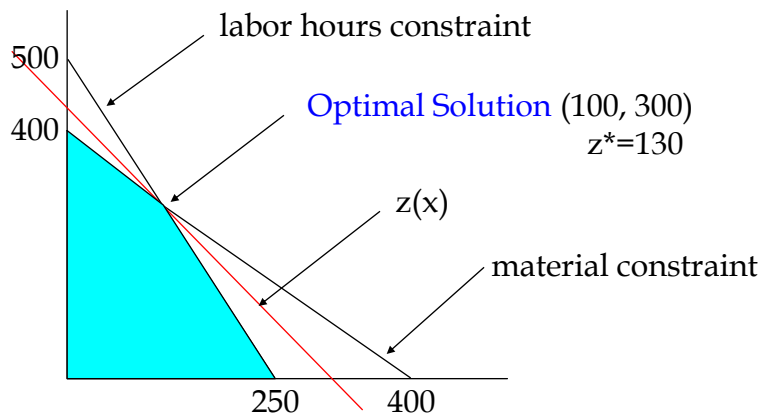
●LP의 예

두 종류의 인형을 생산할 때, 하나는 \$0.40 또 하나는 \$0.30의 이윤이 생김.
만드는데 인형 A는 개당 두시간, 인형 B는 한시간이 소요되며, 총
노동시간은 500시간을 넘지 못함.

인형 A, B를 합해서 하루에 400개분 이하의 원료가 공급됨.

$$\begin{array}{lll} \text{maximize} & z = 0.4x_1 + 0.3x_2 & \text{(profit)} \\ \text{subject to} & x_1 + x_2 \leq 400 & \text{(material)} \\ & 2x_1 + x_2 \leq 500 & \text{(labor hours)} \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

배경



배경

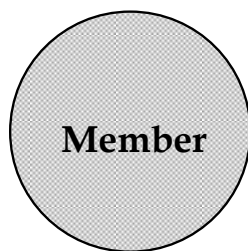
● 전통적 LP의 한계

- 실제 상황에서는 의사결정자(DM)가 이렇게 조건들을 명료하게 줄 수 있을 만큼 충분한 데이터를 가지고 있지 못할 때가 많음.
- 가용 노동시간이나 원료를 “약 500시간” 또는 “400개 보다는 꽤 적게” 등으로 주고, 또한 현재 수익을 “약 30%향상” 등으로 부여.

배경

● 일반 집합과 퍼지 집합

- 일반 집합이 원소의 소속여부에 따라서 0과 1의 값을 갖는데 비해, 퍼지집합은 집합에의 소속도가 0과 1사이의 임의의 실수값을 갖는 집합



Boolean Set

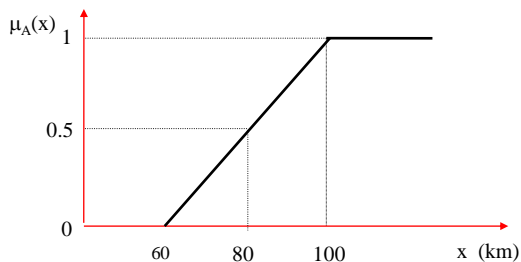


Fuzzy Set

배경

● 멤버쉽함수(membership function)

- 퍼지집합의 각 원소의 소속도를 나타내는 함수.
- 예를 들어, x축은 속도를, y축은 “고속” 집합(A)에 속하는 정도를 0에서 1까지의 값으로 표현한, 소속도값(membership value)을 나타냄.



“고속”에 대한 멤버쉽함수

Fuzzy-LP

1. 전통적 LP:

자원이 명확히 정의될 수 있을 때, 전통적인 LP는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{array}{ll}\max & z = cx \\ \text{s. t.} & (Ax)i \leq bi, \\ & x \geq 0\end{array}$$

Fuzzy-LP

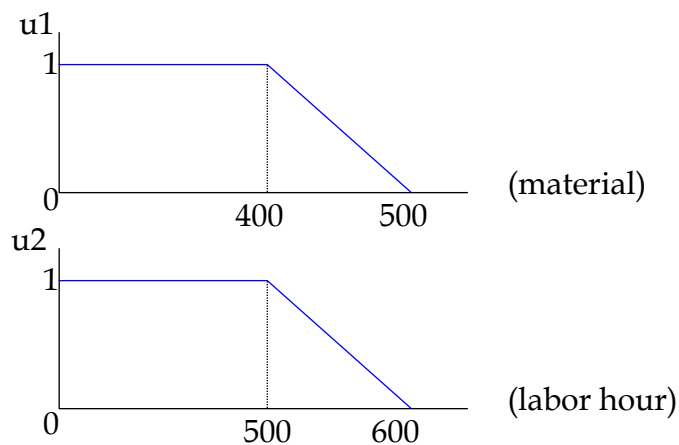
- Fuzzy LP

Zimmermann(1976)은 일반 LP를 다음과 같이 fuzzy version으로 변화된 식을 제시

$$\begin{aligned} z_0 &\lesseqgtr cx \\ (Ax)_i &\lesseqgtr b_i \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

여기에서 \lesseqgtr 은 일반 LP의 부등호 \leq 의 퍼지화된 형태임

Fuzzy-LP



Fuzzy-LP

2. Fuzzy 자원 (with b_i and p_i given)

$$\begin{array}{ll}\max & z = cx \\ \text{s.t.} & (Ax)_i \leq \tilde{b}_i \\ & x \geq 0\end{array}$$

이는 다음의 parametric LP (Verdegay)와 동일

$$\begin{array}{ll}\max & z = cx \\ \text{s.t.} & (Ax)_i \leq b_i + \theta p_i \\ & \theta \in [0, 1] \text{ and } x \geq 0\end{array}$$

Fuzzy-LP

3. Fuzzy 자원과 목표 (without b_o and p_o given)

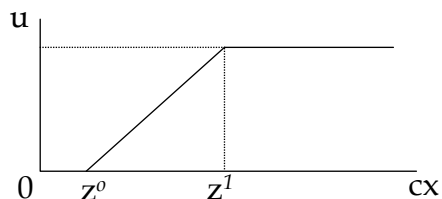
b_o : goal of objective function
 p_o : tolerance of b_o

$$\begin{array}{ll}\max & \tilde{z} = cx \\ \text{s.t.} & (Ax)_i \leq b_i + \theta p_i \\ & \theta \in [0, 1] \text{ and } x \geq 0\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}z^0 = \max & cx \\ \text{s.t.} & (Ax)_i \leq b_i, \quad x \geq 0 \\ z^1 = \max & cx \\ \text{s.t.} & (Ax)_i \leq b_i + p_i, \quad x \geq 0\end{array}$$

Fuzzy-LP

- 최적해는 z^0 와 z^1 사이에 있게 되므로, 해가 커질 수록 최적해에 대한 만족도도 커짐



- max-min 연산자를 이용해서 최적해를 구함.
- 퍼지목표를 갖는 LP문제는 다음 식을 통해서 구하게 됨.

$$\max \mu_D = \max \{ \min [\mu_0(x), \mu_1(x), \dots, \mu_m(x)] \}$$



Fuzzy-LP

$\alpha=1-\theta$ 로 놓으면 주어진 문제는 다음과 같이 변화됨:

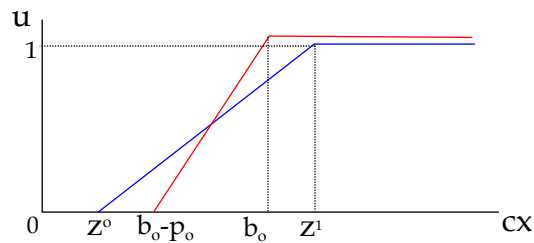
$$\begin{aligned} \min \quad & \theta \\ \text{s.t.} \quad & cx \geq z^1 - \theta(z^1 - z^0) \\ & (Ax)_i \leq b_i + \theta p_i, \forall_i \\ & \theta \in [0, 1] \text{ and } x \geq 0 \end{aligned}$$



Fuzzy-LP

4. Fuzzy 자원과 목표 (with b_o and p_o given)

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta \\ \text{s.t.} \quad & cx \geq b_o - \theta p_o \\ & (Ax)_i \leq b_i + \theta p_i, \forall_i \\ & \theta \in [0, 1] \text{ and } x \geq 0 \end{aligned}$$



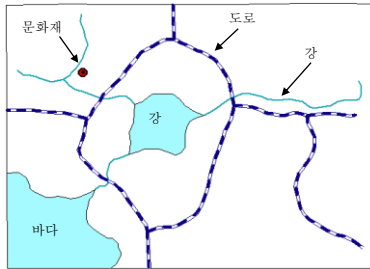
Fuzzy_LP & GIS

- Fuzzy-LP와 GIS의 결합에 의한 토지이용 문제의 사례
 - Fuzzy-LP와 GIS를 연동하여 활용할 수 있음을 간단한 토지이용 문제를 사용하여 예시.
 - Fuzzy-LP와의 관계에 있어서 GIS는 두 가지의 역할을 함.
 - » 첫째, 가용한 자원(여기에서는 가용한 토지)의 경계를 정하는데 이용됨
 - » 둘째, Fuzzy-LP과정의 결과값을 표현하는데 이용됨.

Fuzzy_LP & GIS

● 대상지에서의 물리적 조건

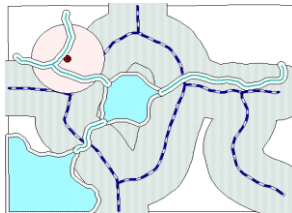
- 예를 들어 어떤 지역에 벌목을 위한 상림지를 조성하고자 하는데, 소나무, 참나무, 전나무의 세 가지를 심고자 한다. 이렇게 벌목지를 조성하기 위해서는 아래와 같이 몇 가지 법적 규정 및 물리적 제한조건을 만족해야 한다.



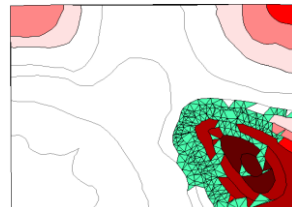
대상지 현황

1. 문화재로부터 10km 이내 지역에서는 벌목을 할 수 없다.
2. 토양침식을 막기 위해서 해변, 강변 지역 1km 이내에서는 벌목을 할 수 없다.
3. 도로에서의 접근성으로 인해 도로에서 약 8km 정도까지만 벌목이 가능한 것으로 한다.
4. 벌목지는 결빙이 적은, 고도 1000m 이하에서만 가능하도록 한다.
5. 벌목기구는 경사 5도 이상에서는 동작이 어렵다.

Fuzzy_LP & GIS



a. 조건 1, 2, 3을 만족하는 지역의 산출



b. 조건 4, 5를 만족하는 지역의 산출



c. 전체 조건을 만족하는 지역의 산출

물리적 가용 영역의 산출

Fuzzy_LP & GIS

1. 전통적 LP:

$$\begin{array}{llll}
 \text{maximize} & z = 200x_1 + 250x_2 + 300x_3 & (\text{이윤}) \\
 \text{subject to} & x_1 + x_2 + x_3 \leq 180,000 & (\text{가용면적}) \\
 & 170x_1 + 200x_2 + 250x_3 \leq 20,000,000 & (\text{조성비}) \\
 & x_1 \geq 30000 & (\text{필수지역}) \\
 & x_1, x_2, \text{ and } x_3 \geq 0
 \end{array}$$

※ “가용면적” 180,000ha는 GIS에서 산출된, 각 조건을 만족하는 면적임

목표함수값 z^* = 약 24,600,000원

만약 Fuzzy한 자원조건을 부여해야 할 경우, 2단계로 감.



Fuzzy_LP & GIS

2. Fuzzy조건을 가진 Fuzzy LP:

$$\begin{array}{llll}
 \text{maximize} & z = 200x_1 + 250x_2 + 300x_3 & (\text{이윤}) \\
 \text{subject to} & x_1 + x_2 + x_3 \leq 104500 + 1000\theta & (\text{가용면적}) \\
 & 170x_1 + 200x_2 + 250x_3 \leq 20,000,000 + 3,000,000\theta & (\text{조성비}) \\
 & x_1 \geq 30000 - 2000\theta & (\text{필수지역}) \\
 & x_1, x_2, \text{ and } x_3 \geq 0
 \end{array}$$

실제 사용된 자원

θ	z^*	가용면적	조성비	A지역
0.0	24,625,000.0	104500.0	20,000,000.0	30000.0
0.1	24,930,400.0	104600.0	20,300,000.0	29980.0
0.2	25,235,800.0	104700.0	20,600,000.0	29960.0
0.3	25,541,200.0	104800.0	20,900,000.0	29940.0
0.4	25,846,608.0	104900.0	21,200,008.0	29920.0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
1.0	27,679,010.0	105500.0	23,000,008.0	29800.0

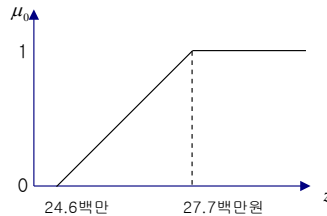
만약 퍼지 목표값을 부여해야 할 경우, 3단계로 진행함.



Fuzzy_LP & GIS

3. Fuzzy조건 및 목표를 가진 Fuzzy-LP

(without b_o and p_o)



$$\begin{aligned}
 \min \quad & \theta \\
 \text{s.t.} \quad & z = 200x_1 + 250x_2 + 300x_3 \geq 27,679,010.0 - 3,054,010\theta \quad (\text{이윤}) \\
 & g_1(x) = x_1 + x_2 + x_3 \leq 104000 + 1000\theta \quad (\text{가용면적}) \\
 & g_2(x) = 170x_1 + 200x_2 + 250x_3 \leq 20,000,000 + 3000\theta \quad (\text{조성비}) \\
 & g_3(x) = x_1 \geq 30000 - 2000\theta \quad (\text{필수지역}) \\
 & x_1, x_2, \text{ and } x_3 \geq 0 \text{ and } \theta \in [0, 1] \geq 0
 \end{aligned}$$

Fuzzy_LP & GIS

4. Fuzzy조건 및 목표를 가진 Fuzzy-LP

(with b_o and p_o)

p_o	θ	z^*	실제 사용된 자원		
			가용면적	조성비	A지역
0	0.55	25,846,608.0	96191.8	21,639204.0	30109.3
244321.6	0.51	25,721,596.0	95772.8	21,535004.0	30102.3
488643.2	0.48	25,611,528.0	95403.8	21,443260.0	30096.2
977286.5	0.43	25,426,650.0	94784.1	21289162.0	30085.9
1221608.1	0.41	25,348,264.0	94521.4	21223826.0	30081.6

만약 이 테이블에서 p_o 가 488643.2인 경우를 최적해로 선택하였을 경우, 다음의 해를 갖게 된다.

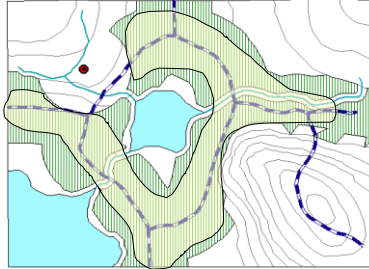
VARIABLES VALUES
 x_1 30096.215
 x_3 65307.617

RESOURCES ACTUALLY USED:
 > THE AMOUNT OF 1th RESOURCE USED : 95403.828
 > THE AMOUNT OF 2th RESOURCE USED : 21443260.000
 > THE AMOUNT OF 3th RESOURCE USED : 30096.215

Fuzzy_LP & GIS

● GIS에서 결과의 표현

- 대상지역내에서 공간을 점유하는 문제가 남게 됨.
- 다양한 물리적 조건이 존재하는 공간 내에서 선호가 되는 적합한 지역을 찾는 문제는 또 다른 과제가 됨.

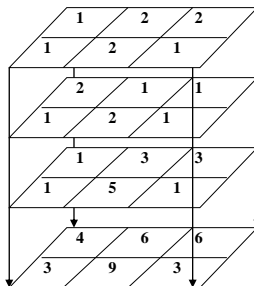


도로에서의 근접성을 중심으로 한 공간활동의 예

Fuzzy_LP & GIS

● GIS에서 결과의 표현

- 각 결정요소(layer)에서 분포된 속성값들을 범주화(categorize)하고 점수를 부여해서 누적시킨 후 얻어지는 누적점수로써 개발 적합성을 표현할 수 있음.



점수가 부여된 layer들을 중첩시킴으로써 누적점수 layer를 구하는 방법

결론

- 기존의 LP기법은 명료한 데이터를 부여해야 되므로 토지이용배분문제와 같이 명료하지 못한 제한조건을 줄 수 밖에 없는 상황에서는 현실적으로 사용되기 어려움
- 본 연구에서는 이러한 문제를 다루기 위해 Fuzzy이론이 결부된 Fuzzy LP를 이용하는 방법을 제시
- 퍼지값을 부여하는 다양한 경우와 방법을 수용하기 위해서 의사결정자와 상호교류를 하면서 유연하게 문제해결을 해 나갈 수 있도록 Fuzzy-LP 프로그램을 구현. 의사결정자는 여러가지 불명확한 상황들을 테스트해보고 다시 문제를 재 정의해 가면서, 문제해결을 위한 더 나은 접근법을 터득해 나갈 수 있게 됨.
- 본 연구에서는 LP기법에서 공간적인 제한요소를 정의하는데 있어서 GIS가 유용하게 사용될 수 있음을 제시
- 그러나 LP과정에서 산출된 양적인 결과를 공간상에 배분하는 문제는 가중치설정 등 보다 복합적인 고려가 요구됨. AHP와 GIS를 이용해서 가중치의 문제를 다루는 논문은 본 저자(1997)의 연구를 포함하여 다른 연구결과 참고요망.

